non è altro che il luogo dei punti all'infinito della superficie, luogo che può considerarsi come un cerchio geodetico descritto col centro nel punto *(u = v =* o) e con un raggio (geodetico) infinitamente grande. Al di là di questo cerchio geodetico di raggio infinito non esistono che' le regioni immaginarie od ideali della superficie, talché la regione dianzi considerata si estende indefinitamente e continuamente in ogni senso ed abbraccia la totalità dei punti reali della superficie. In tal guisa dentro il cerchio limite viene a rappresentarsi tutta la regione reale della nostra superficie, e propriamente in modo clje, mentre lo stesso cerchio limite corrisponde alla linea dei suoi punti all'infinito, i cerchi concentrici ed interni ad esso corrispondono ai cerchi geodetici della superficie col centro nel punto *(u = v —* o).

Se nelle equazioni (5) si riguarda *r* come costante, ku come variabile, quelle equazioni convengono ad un cerchio geodetico, e la forinola (i) da

$$\sigma = \frac{R r \mu}{\sqrt{a^2 - r^2}} \qquad (7)$$

dove cr è l'arco di cerchio geodetico rappresentato nel piano ausiliare dall'arco circolare il cui raggio è r e l'angolo al centro (/.. Essendo <r proporzionale a [/. qualunque sia r, si vede facilmente che le geodetiche p fanno tra loro, nell'origine comune, angoli eguali ai raggi che loro corrispondono nel piano ausiliare ; e che la piccolissima porzione di superficie immediatamente circostante al punto *(u- = v —* o) è simile alla sua rappresentazione piana, proprietà che non si verifica per alcun altro punto. Dalla (6) si trae

(7') $r = ì/u^2 + v^2 = atgh$-^- 3 i\ A cosh-|- = — , W

dove *w* indica il valore positivo del radicale {/'$a^2 — u^2 — v^2$. In virtù del precedente valore di *r* la (7) può scriversi

or = [/. *R* senh p ~ , *K*

cosicché il semiperimetro della circonferenza geodetica di raggio p è dato da

(3)

ossia

Dalle cose precedenti risulta che le geodetiche della superficie sono rappresentate, nel loro totale sviluppo (reale), dalle corde del cerchio limite, mentre i prolungamenti di,